

強制渦領域内の乱流せん断応力

葦 埜 勲* 吉田 喜美* 前田 茂**

Turbulent Shearing Stress
in a Forced Vortex Region

Isao ASHINO, Kiyoshi YOSHIDA, and Shigeru MAEDA

(Received Feb. 9, 1985)

Turbulence was formed in a rotating circular cylinder by force, and velocity distributions of three directions and Reynolds shearing stress were measured with hot wire anemometer.

On the one hand, we solved numerically the equation of an angular momentum. Comparing with the experimental results, calculated results coincide with its. Supposing Reynolds shearing stress of tangential direction differs from the expression used up to now, experimental shearing stress agrees much with the calculated results using

$$\tau = \rho \epsilon \partial v / \partial r$$

1 ま え が き

著者らは円管内乱流旋回流れの減衰¹⁾の研究より、強制渦領域及び自由渦領域における乱流せん断応力を与える式の符号が正負異なること及びその式は簡単なブジネスクの式で与えられることを、角運動量方程式の数値計算と実験結果とがよく一致することから明らかにした。

これに対し、旋回流の場合、従来から軸対称流の変形速度を用いて、乱流せん断応力を与えているが、これを用いると実験結果と合致しないことがわかった。

* 機械工学科

** 機械工学専攻大学院生

本報告においては、これらのことを更に明確にするために、強制渦領域内の乱流せん断応力をX形熱線風速計を用いて直接測定し、これと運動方程式を解析した結果と比較検討したものである。

この結果、著者の提案した乱流せん断応力を与える式は、従来から用いられている式に比べて、極めて良好な結果を与えるものであることがわかった。

2 基礎方程式

流れは非圧縮性、軸対称、定常流と仮定する。図1に示す座標系及び速度記号を用いて、円周方向のナビエ・ストークスの運動方程式の時間的平均値をとると次式を得る。

$$u \frac{\partial(rv)}{\partial r} + w \frac{\partial(rv)}{\partial z} = \nu \left[\frac{\partial^2(rv)}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} + \frac{\partial^2(rv)}{\partial z^2} \right] - r \left[\frac{\partial \overline{v'w'}}{\partial z} + \frac{\partial \overline{u'v'}}{\partial r} + \frac{2\overline{u'v'}}{r} \right] \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 u , v , w はそれぞれ半径方向、円周方向、軸方向の速度成分の時間的平均値を、 u' , v' , w' は変動速度成分を、 ν は動粘度を表わす。

レイノルズせん断応力を渦動粘度 ε を用いて、前報と同じく次式で仮定する。

$$\left. \begin{aligned} -\rho \overline{u'v'} &= \rho \varepsilon_1 \frac{\partial v}{\partial r} \\ -\rho \overline{v'w'} &= \rho \varepsilon_2 \frac{\partial v}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (2)$$

強制渦領域を作るため円筒を角速度 ω で回転させる。円筒の内半径を a 、円筒の最大接線速度を $v_m (= \omega a)$ として、物理量の無次元量を次式で定義する。

$$\left. \begin{aligned} U &= u/v_m, \quad V = v/v_m \\ W &= w/v_m, \quad R = r/a \\ Z &= z/a, \quad M = RV \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3)$$

式(2), (3)を式(1)に代入して整理すると次式を得る。

$$U \frac{\partial M}{\partial R} + W \frac{\partial M}{\partial Z} = \frac{1}{N_{R,t}} \left[\frac{\partial^2 M}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial R} + \frac{\partial^2 M}{\partial Z^2} \right] + \delta_1 \frac{\partial^2 M}{\partial R^2} + \delta_2 \frac{\partial^2 M}{\partial Z^2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、

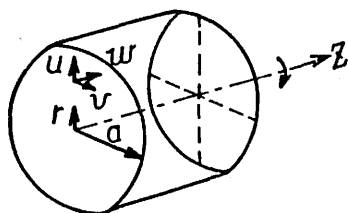


図1 座標系と速度記号

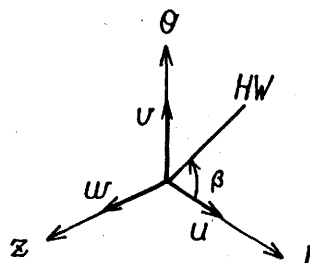


図2 熱線と速度との位置関係

$$\left. \begin{aligned} N_{R,t} &= v_m a / \nu, \quad \epsilon_t = \epsilon / \nu \\ \delta_1 &= \epsilon_{t1} / N_{R,t}, \quad \delta_2 = \epsilon_{t2} / N_{R,t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

である。 $N_{R,t}$ は回転レイノルズ数を、 ϵ_t は無次元渦動粘度を表わす。

軸方向の変化が極めて小さいと仮定すると、 $\partial/\partial Z \approx 0$ 、また管壁近くを除外すると、粘性項は省略できるので、式(4)は次式のように簡単化される。

$$U \frac{dM}{dR} = \delta_1 \frac{d^2 M}{dR^2} \dots\dots\dots (6)$$

境界条件は

$$R=0 : M=0, \quad R=1 : M=1 \dots\dots\dots (7)$$

である。

3 乱れの測定法

図2に示すように、 $r-\theta$ 平面内に熱線(HW)を置き、熱線と r 軸とのなす角を β とする。熱線が感じる有効速度 u_e は次式で表わされる。

$$u_e = \{ (u \sin \beta - v \cos \beta)^2 + w^2 \}^{1/2} \dots\dots\dots (8)$$

有効速度 u_e とリニアライザ出力電圧 E との間には

$$E = \alpha u_e \dots\dots\dots (9)$$

なる関係が成立つ。ここに、 α はリニアライザ変換係数である。出力電圧の直流分を e 、交流分を e' と表わすと式(8)より、その時間的平均値をとり、更に交流分のみとれば次式を得る。

$$\overline{e'^2}/\alpha^2 = \overline{(u' \sin \beta - v' \cos \beta)^2} + \overline{w'^2} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $\beta = \pi/4$ 及び $3\pi/4$ のときの交流出力電圧を e'_1 及び e'_2 とすると、

$$\left. \begin{aligned} \overline{e_1'^2}/\alpha^2 &= \frac{1}{2} \overline{(u' - v')^2} + \overline{w'^2} \\ \overline{e_2'^2}/\alpha^2 &= \frac{1}{2} \overline{(u' + v')^2} + \overline{w'^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

式(11)を辺々差引くと

$$-\overline{u'v'} = \frac{1}{2\alpha^2} (\overline{e_1'^2} - \overline{e_2'^2}) \dots\dots\dots (12)$$

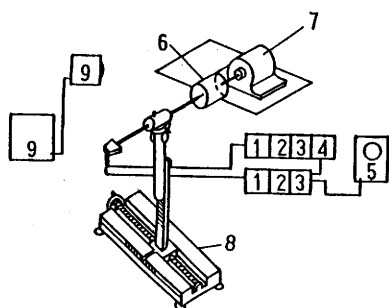
を得る。それゆえ、X形プローブを用いて、出力のMS値(自乗平均値)の差をとれば、式(12)より、レイノルズ応力が求められる。

また、無次元レイノルズ応力は次式で与えられる。

$$\tau' = -\rho \overline{u'v'}/\rho v_m^2 = -\overline{U'V'} = \frac{1}{2\alpha^2 v_m^2} (\overline{e_1'^2} - \overline{e_2'^2}) \dots\dots\dots (13)$$

4 実験装置及び実験法

図3に実験装置の概要を、図4に供試円筒の詳細図を示す。円筒は内径78.8mmの亚克力製で、これをモータ軸に直接取付けるために、直径25mmの亚克力円筒の周辺に厚さ1mm、長さ約27mmの



- 1 CTA 2 LINEAR LIZER
3 DC METER 4 RMS METER
5 OSCILLO SCOPE
6 TEST CYLINDER 7 AC MOTOR
8 TRAVERSABLE STAND
9 STROBO SCOPE

図3 実験装置の概要

アルミ板4枚を十字形に取付け、この板の周辺を円筒に接着剤にて固定してある。円筒の回転数はストロボスコープによって測定される。

この十字形の支持板が羽根の役目をして、円筒内に強制うずを作る役目を果している。また、この影響で円筒内には軸方向の速度が生じている。

速度分布及び円周方向のレイノルズ応力は円筒の中央で測定した。速度成分の測定には、図5(a), (b)に示すように標準プローブをアクリル製パイプで囲み、軸方向速度のみ感知するようにした熱線プローブを用いて測定した。この熱線は予め、風洞内で検定を行い風速と出力電圧との関係調べておいた。

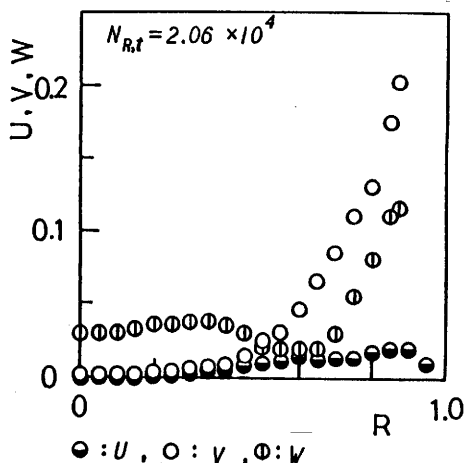


図6 速度分布

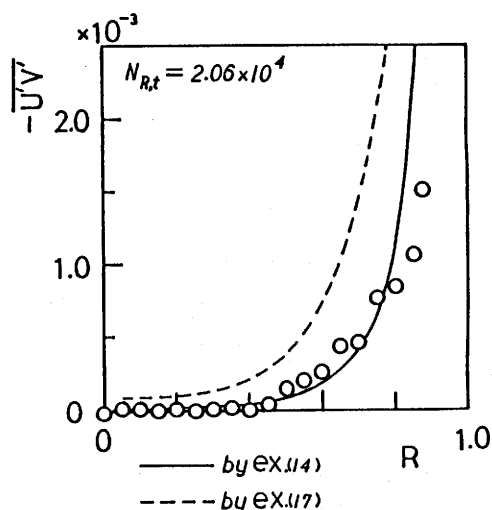


図7 円周方向のレイノルズ応力分布

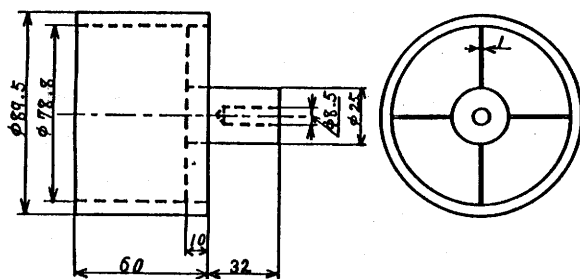
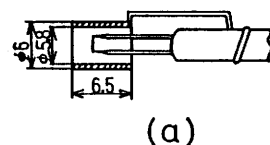
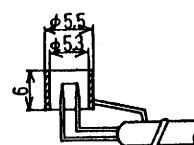


図4 供試円筒の詳細図



(a)



(b)

図5 速度分布測定に用いた熱線プローブ

レイノルズ応力の測定には、クロス形及びエンドフロー形熱線プローブを用い、リニアライザよりの出力を RMS メーターに入れ、MS 値を交互に読みとった。測定は円筒中心より左右に、それぞれ 5 回行い、その平均値をとった。

5 実験結果及び考察

前章で述べた熱線プローブを用いて速度分布を測定した例を図 6 に示す。半径方向の速度は小さく、 R の増加と共に直線的に僅かに増加している。円周方向の速度成分 V は、 R が 0.5 以上で急に増加している。軸方向速度成分 W は、中央部ではほぼ一定で、管壁近くで増加している。熱線プローブが図 5 のような構造をしているので、管壁近傍は測定できなかった。回転数は 1860rpm で、回転レイノルズ数は $N_{R,t} = 2.06 \times 10^4$ である。

次に、レイノルズ応力 $-\overline{U'V'}$ の測定例を図 7 に示す。 R が 0 から 0.5 付近までは、殆んど零に等しいが、 $R > 0.5$ で急に増加している。

図 8 には、レイノルズ応力 $-\overline{V'W'}$ を測定した例を示した。測定位置は、 $Z = 0.317, 0.635$ 及び 0.952 の 3 個所である。壁面近傍を除くと、 Z 方向の変化は余りみられない。

次に、円周方向の速度成分 V の実験値を用いて、角運動量 $M (=RV)$ の分布を図 9 に示した。一方、速度成分 U の実測値を用いて、式(6)を境界条件(7)のもとで数値解析を行った。このとき、 $\delta_1 = 1.17 \times 10^{-3}$ であった。この結果を図示すると、図 9 の実線のようになり、実験結果と極めてよく一致する。

また、式(2)により円周方向のレイノルズ応力を求めると、

$$-\overline{U'V'} = \frac{\delta_1}{R} \left(\frac{dM}{dR} - \frac{M}{R} \right) \quad \dots\dots\dots (14)$$

で与えられる。

上述の角運動量の解を用いて、式(14)の値を求め図示すると、図 7 の実線のようになり、 $R = 0 \sim 0.8$ の間では、実験結果と良く一致している。

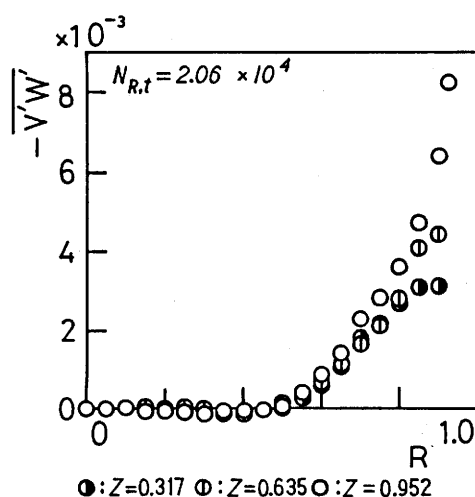


図 8 軸方向のレイノルズ応力分布

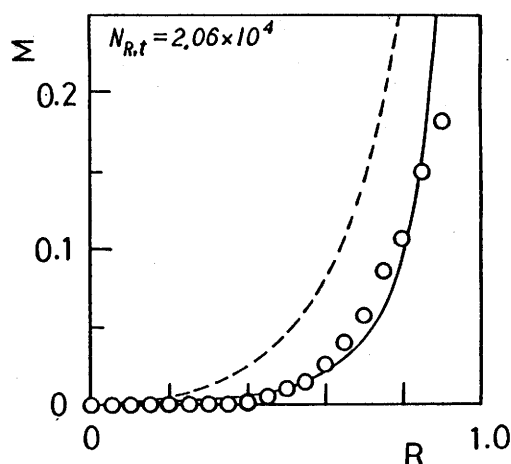


図 9 角運動量分布

従来から旋回流れの場合における円周方向の乱流せん断応力は、次式で仮定されている²⁾

$$\tau = -\rho \overline{u'v'} = \rho \epsilon \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) \dots\dots\dots (15)$$

上式を用いたとき、式(6)に対応する基礎式は次式で与えられる。

$$U \frac{dM}{dR} = \delta_1 \left[\frac{d^2 M}{dR^2} - \frac{1}{R} \frac{dM}{dR} \right] \dots\dots\dots (16)$$

実測値Uの値を用いて、境界条件(7)のもとで上式を数値解析した結果を図9に点線で示した。実験結果と解析結果とは一致しない。

次に、無次元レイノルズ応力は式(15)より、

$$-\overline{u'v'} = \frac{\delta_1}{R} \left(\frac{dM}{dR} - \frac{2M}{R} \right) \dots\dots\dots (17)$$

で与えられる。式(16)の解析結果を用いて、上式より、レイノルズ応力を求めたものを図示すると図7の点線のようになる。これも実験結果と合致しない。

以上の結果、強制渦領域内の円周方向のレイノルズ応力は、著者の提案した式(2)で近似した方が、従来より用いられている式(15)よりすぐれていることがわかる。

著者らは、先の報告において速度分布の減衰形状から、強制渦領域内の円周方向のレイノルズ応力を式(2)で与える方がよいことを示したが、今回のレイノルズ応力の測定実験から、これが正しいことを更に裏付けることができた。

6 結 論

回転円筒内に作られる強制渦領域内のレイノルズ応力の測定実験から、次のことが明らかになった。

円周方向のレイノルズ応力は、従来から用いられている式(15)は不適當であり、著者らの提案した式(2)が適當である。

参 考 文 献

- 1) 葦埜・前田：機論，50-460，B，(昭59)，3099
- 2) Gambill, W.R., et al., Chem. Eng. Symp. Ser. 5. 127